NOMBRES EN ECRITURE FRACTIONNAIRE 6ème

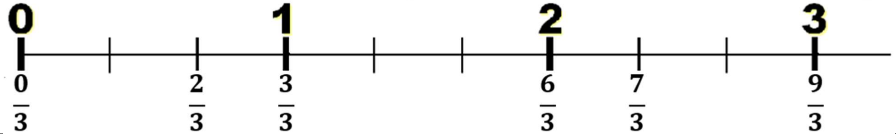
Leçon *Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.*

Fraction

Une fraction comme $\frac{7}{3}$ est définie comme la somme $\frac{7}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ ou comme le produit $\frac{7}{3}=7\times\frac{1}{3}$.

Si une bande de papier est graduée en tiers, toute fraction correspond alors à un certain nombre de graduations :

2 graduations pour la fraction $\frac{2}{3}$ et 7 graduations pour la fraction $\frac{7}{3}$.



<u>Définition :</u> Fraction
Soient n et d deux nombres <u>entiers</u> avec $d\neq 0$.
Le fraction $\frac{n}{d}$ est le nombre par lequel il faut multiplier le nombre entier d pour obtenir le nombre entier n, c'est-à-dire : $d\times\frac{n}{d}=n$

<u>Interprétation :</u> Quand on divise des objets identiques chacun en d parts égales et qu'on choisit un nombre n de ces parts, le quotient exact de la division « $n\div d$ » de parts peut se noter en fraction :

n ←**Numérateur** (Nombre de parts)
d ←**Dénominateur** (Nombre total de parts dans un objet)

Ainsi présenté, le quotient traduit la proportion entre n et d.
(Le dénominateur d ne peut pas être égal à zéro car la division par zéro est impossible.)

<u>Remarque :</u>

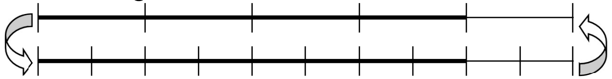
- Les fractions sont les nombres qui rendent toutes les divisions possibles. Exemple : $3\times\frac{7}{3}=7$ Donc : $7\div 3=\frac{7}{3}$ (Quotient exact)
- Tous les nombres décimaux peuvent être convertis en fractions de manière exacte. Exemple : $0{,}2025=\frac{2\,025}{10\,000}$
- Il existe des fractions qui ne peuvent être converties en nombre décimal de manière exacte. Exemple : $\frac{7}{3}\neq 2{,}3$; $\frac{7}{3}\neq 2{,}33$; $\frac{7}{3}\neq 2{,}333$; $\frac{7}{3}\neq 2{,}3333$ …
  La division de 7 par 3 ne tombe pas juste.
- Nous admettrons que le nombre pi (π) ne peut pas s'écrire en nombre décimal de manière exacte. Exemple : $\pi\neq 3{,}1$; $\pi\neq 3{,}14$; $\pi\neq 3{,}141$; $\pi\neq 3{,}1415$ …

Egalités

Nous admettrons la règle suivante.

<u>Règle :</u> <u>Si</u> a, b et c sont des nombres avec $b\neq 0$ et $c\neq 0$, <u>alors</u> $\frac{a\times c}{b\times c}=\frac{a}{b}$.
Si on multiplie le numérateur et le dénominateur d'un quotient (ou fraction) par un même nombre non nul, on obtient un quotient (ou fraction) égal.

Exemples : On peut multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre entier ou réciproquement diviser par un diviseur commun pour obtenir des fractions égales.

$\frac{4\times 2}{5\times 2}=\frac{8}{10}$  $\frac{8\div 2}{10\div 2}=\frac{4}{5}$

<u>Remarques :</u>
❶ Des fractions qui ont le même dénominateur sont dans le même ordre que leurs numérateurs.
❷ Des fractions qui ont le même numérateur sont dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.
Pour ranger des nombres en écriture fractionnaire, on peut :
- les comparer avec 1 ;
- les mettre au même dénominateur et les ranger selon leurs numérateurs ;
- comparer leurs valeurs décimales approchées assez précises.

Règles de calculs

Nous avons démontré les règles suivantes.

<u>Règles :</u> Les lettres a, b, c désignent des nombres avec $c\neq 0$.

Addition	Soustraction	Multiplication
$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{\boldsymbol{a+b}}{\boldsymbol{c}}$	$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{\boldsymbol{a-b}}{\boldsymbol{c}}$	$a\times\frac{b}{c}=\frac{\boldsymbol{a\times b}}{\boldsymbol{c}}$
Nécessaire d'avoir le même dénominateur		

<u>Exemples génériques :</u>

$A=\frac{14}{77}+\frac{16}{77}$ $A=\frac{14+16}{77}$ $A=\frac{30}{77}$	$B=\frac{25}{66}-\frac{20}{66}$ $B=\frac{25-20}{66}$ $B=\frac{5}{66}$	$C=7\times\frac{11}{3}$ $C=\frac{7\times 11}{3}$ $C=\frac{77}{3}$
Les fractions ont le même dénominateur 7.	Les fractions ont le même dénominateur 66.	

Même dénominateur pour additionner ou soustraire

$A = \frac{6}{7} - \frac{8}{35}$

$A = \frac{6 \times 5}{7 \times 5} - \frac{8}{35}$

$A = \frac{30}{\mathbf{35}} - \frac{8}{\mathbf{35}}$

$A = \frac{30 - 8}{35}$

$A = \frac{22}{35}$

$B = 4 + \frac{3}{11}$

$4 = 4 \div 1 = \frac{4}{1}$

$B = \frac{4}{1} + \frac{3}{11}$

$B = \frac{4 \times 11}{1 \times 11} + \frac{3}{11}$

$B = \frac{44}{\mathbf{11}} + \frac{3}{\mathbf{11}}$

$B = \frac{44 + 3}{11}$

$B = \frac{47}{11}$

$C = \frac{7}{9} + \frac{6}{8}$

$C = \frac{7 \times 8}{9 \times 8} + \frac{6 \times 9}{8 \times 9}$

$C = \frac{56}{\mathbf{72}} + \frac{54}{\mathbf{72}}$

$C = \frac{56 + 54}{72}$

$C = \frac{110}{72}$

$C = \frac{110 \div 2}{72 \div 2}$ $\quad C = \frac{55}{36}$

Prendre la fraction d'un nombre

Les $\frac{3}{4}$ de 80 font 60.

Il y avait trois façons de trouver 60 en deux calculs.

- 80 ÷ 4 = 20 puis 20 × 3 = 60 ;
- 80 × 3 = 240 puis 240 ÷ 4 = 60 ;
- 3 ÷ 4 = 0,75 puis 80 × 0,75 = 60.

Mais avec la multiplication d'un entier par une fraction,

ça se fait en un seul calcul : $\frac{3}{4} \times 80 = 60$.

Pour calculer la fraction d'un nombre,
on multiplie la fraction par le nombre

Calculer un reste en écriture fractionnaire

Je dépense les $\frac{2}{5}$ de mon argent. Combien reste-t-il ?

Si mon argent est divisé en cinq, alors le total de mon argent fait : $1 = \frac{5}{5}$.

Je trouve le reste en faisant la différence des numérateurs : $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

Savoir passer à une forme fractionnaire

C'est toujours possible avec une fraction décimale.
(dénominateur 1 ou 10 ou 100 ou 1 000 ou 10 000, etc.)

Mais on peut toujours trouver d'autres fractions qui conviennent.

Exemple : Conversion de 0,15 en écriture fractionnaire.

0,15= $\frac{15}{100}$ (car 0,15 × 100 = 15) ou 0,15= $\frac{3}{20}$ (car 0,15 × 20 = 3)

(Il y a toujours plusieurs solutions possibles.)

Savoir passer à une forme décimale

Nous admettrons la méthode suivante.

Méthode : pour convertir un nombre fractionnaire en écriture décimale.
Il faut effectuer la division du numérateur par le dénominateur.
- si la division tombe juste, le nombre en écriture fractionnaire est égal au quotient exact ;
- si la division ne tombe pas juste, on suit la consigne indiquant de faire un encadrement, une troncature ou un arrondi.

Définition : Ecrire un **encadrement** d'un nombre, c'est trouver **deux nombres, l'un plus petit et l'autre plus grand** que le résultat, la différence des deux nombres étant égale à la précision demandée, écrire ensuite une double inégalité.

Exemple : Encadrement de 6,6628 au centième près.
6,66 < 6,6628 < 6,67 Précision : 6,67 – 6,66 = 0,01 (1 centième)

Définition : La **valeur approchée par défaut** d'un nombre est le **plus petit** des deux nombres de l'encadrement à la précision demandée.

Exemple : Troncature de 0,457 au dixième près.
0,4 < 0,457 < 0,5 Donc : 0,457 ≈ 0,4

Définition : La **valeur approchée par excès** d'un nombre est le **plus grand** des deux nombres de l'encadrement à la précision demandée.

Exemple : Valeur approchée par excès de 0,21927 au millième près.
0,219 < 0,21927 < 0,220 Donc : 0,21927 ≈ 0,220

Définition : La **valeur approchée arrondie** d'un nombre est le nombre qui est le **plus proche** des deux nombres de l'encadrement à la précision demandée.

Exemples : Valeurs arrondies de 36,259 et de 36,859 à l'unité près.
36 < 36,**2**59 < 37 Le chiffre 2 est dans la série de chiffre 0, 1, 2, 3, 4 Donc : 36,259 ≈ 36
36 < 36,**8**59 < 37 Le chiffre 8 est dans la série de chiffre 5, 6, 7, 8, 9 Donc : 36,859 ≈ 37

Valeurs à connaître

$\frac{1}{4} = 0,25$ $\quad \frac{1}{2} = 0,5$ $\quad \frac{3}{4} = 0,75$ $\quad \frac{3}{2} = 1,5$ $\quad \frac{4}{2} = 2$ $\quad \frac{5}{2} = 2,5$

Playlist de vidéos

Mes questions pour la séance
de questions/réponses préparatoire au test de leçon

....

....

www.youtube.com/playlist?list=PLfhXOdwDw5oT29vl6-iz3sgLr_UgdD25U