

Leçon

Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.

A Proportionnalité

Définitions : Deux grandeurs numériques sont en situation de proportionnalité si **les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant celles de l'autre par un même nombre**. Le multiplicateur commun est appelé coefficient de proportionnalité.

Propriété : Fractions égales ou tableau de proportionnalité, c'est comme vous voulez ! On considère 4 nombres non nuls nommés a, b, c et d.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $\begin{array}{|c|c|} \hline a & c \\ \hline b & d \\ \hline \end{array}$ est un tableau de proportionnalité.

Si $\begin{array}{|c|c|} \hline a & c \\ \hline b & d \\ \hline \end{array}$ est un tableau de proportionnalité, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Méthode : utiliser un coefficient de proportionnalité sous forme de fraction

3 m de fil électrique vendus au détail coûtent 9,99 €.

$$3 \times \frac{50}{3} = 50. \text{ Donc pour passer de 3 m à 50 m, on multiplie par } \frac{50}{3}.$$

On déduit que 50 mètres coûtent : $9,99 \times \frac{50}{3} = 166,50 \text{ €}$.

Méthode complémentaire : addition de quantités

25 h de production permettent à une usine de fabriquer 625 objets.

Pour 50 h à la même cadence, elle fabrique 1250 objets.

En 25 h + 50 h = 75 h à la même cadence, elle fabriquera : $625 + 1250 = 1875$ objets.

B Pourcentage

Définition : Un pourcentage est **une fraction de dénominateur 100**.

On l'utilise dans une situation de proportionnalité en faisant correspondre 100 au total de la série de nombres considérés.

Méthode : Utilisation d'un pourcentage

Combien pèsent 15 % de 450 g de farine ?

$$\frac{?}{450} = \frac{15}{100}$$

On multiplie la quantité totale 450 par le pourcentage 15.

$450 \times 15\% = 67,5$ g de farine. ($450 \times 15 \div 100$ ou $450 \times 0,15$)

Méthode : Calcul d'un pourcentage

Quel est le pourcentage de filles dans une classe de 30 élèves contenant 12 filles ?

• $\frac{12}{30} = \frac{?}{100}$ (Mentalement : 12 filles sur 30 élèves égale un pourcentage inconnu.)

• $\frac{12 \times 100}{30} = 40$. Les filles représentent 40 % de l'effectif de la classe.

C Ratio

Définitions :

❶ Ratio avec deux nombres, noté a : b

On considère deux nombres entiers naturels non nuls qu'on nomme a et b.

Si on partage une quantité en deux parts selon le ratio a : b, alors **les parts sont en situation de proportionnalité avec a et b** ; et réciproquement.

$$\frac{\text{part 1}}{a} = \frac{\text{part 2}}{b} = \frac{\text{quantité}}{a + b}$$

❷ Ratio avec trois nombres, noté a : b : c

On considère trois nombres entiers naturels non nuls qu'on nomme a, b et c.

Si on partage une quantité en trois parts selon le ratio a : b : c, alors **les parts sont en situation de proportionnalité avec a, b et c** ; et réciproquement.

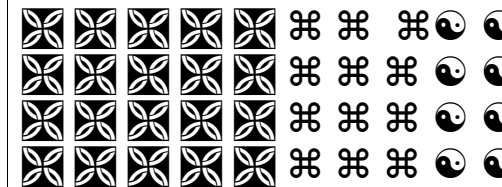
$$\frac{\text{part 1}}{a} = \frac{\text{part 2}}{b} = \frac{\text{part 3}}{c} = \frac{\text{quantité}}{a + b + c}$$

Exemple : les 27 motifs ci-dessous sont dans le ratio 7 : 2 .



$$\frac{21}{7} = \frac{6}{2} = \frac{27}{9}$$

Exemple : les 40 motifs ci-dessous sont dans le ratio 5 : 3 : 2 .



$$\frac{20}{5} = \frac{12}{3} = \frac{8}{2} = \frac{40}{10}$$

Exemple : Partager suivant un ratio en utilisant la proportionnalité

Trois personnes se partagent 130 € dans le ratio 5 : 3 : 2. Combien chacune a-t-elle ?

• On calcule la somme des nombres entiers du ratio : $5 + 3 + 2 = 10$.

La somme 10 correspond à un total de 130 €.

$$\frac{\text{personne 1}}{5} = \frac{\text{personne 2}}{3} = \frac{\text{personne 3}}{2} = \frac{130}{10}$$

• **Personne 1 :** $5 \times 130/10 = 65 \text{ €}$

• **Personne 2 :** $3 \times 130/10 = 39 \text{ €}$

• **Personne 3 :** $2 \times 130/10 = 26 \text{ €}$

• La première personne a 65 €, la deuxième 39 € et la troisième 26 €.

On peut vérifier que : $65 + 39 + 26 = 130 \text{ €}$.

Méthode : Partager suivant un ratio en utilisant des fractions

Trois personnes se partagent 130 € dans le ratio 5 : 3 : 2. Combien chacune a-t-elle ?

• **Total du ratio :** $5 + 3 + 2 = 10$.

• **Personne 1 :** $130 \times \frac{5}{10} = 65 \text{ €}$

• **Personne 2 :** $130 \times \frac{3}{10} = 39 \text{ €}$

• **Personne 3 :** $130 \times \frac{2}{10} = 26 \text{ €}$

• La première personne a 65 €, la deuxième 39 € et la troisième 26 €.

On peut vérifier que : $65 + 39 + 26 = 130 \text{ €}$.

D Echelle

Définition : On appelle échelle le **coefficient de proportionnalité qui permet d'agrandir ou réduire les dimensions d'un objet géométrique.**

Si l'échelle est un coefficient plus grand que 1, c'est un agrandissement.

Si l'échelle est un coefficient plus petit que 1, c'est une réduction.

$$\underbrace{\text{longueur réelle} \xrightarrow{\times \text{échelle}} \text{agrandissement ou réduction}}_{\text{dans la même unité à choisir}}$$

Méthode : Utiliser une échelle

Une personne mesure 175 cm.

❶ Une statue de cette personne est créée à l'échelle 3. C'est agrandissement.

Sa hauteur est : $175 \times 3 = 525$ cm.

❷ Une statue de cette personne est créée à l'échelle $\frac{1}{10}$. C'est une réduction.

Sa hauteur est : $175 \times \frac{1}{10} = 17,5$ cm.

Méthode : Calculer une échelle

❶ Une personne mesure 1,75 m. Une statue de cette personne mesure 7 cm.

C'est une réduction. On cherche l'échelle qui est un coefficient plus petit que 1 (à présenter sous la forme d'une fraction de numérateur 1).

$$\underbrace{\text{longueur réelle} \xrightarrow{\times \text{éche}} \text{réduction}}_{\text{dans la même unité choisie : cm pour cette fois}}$$

$1,75 \text{ m} = 175 \text{ cm}$ 7 cm

On divise la grande longueur par la petite : $175 \div 7 = 25$.

Donc la longueur est divisée par 25 et on peut vérifier que : $175 \times \frac{1}{25} = 7$.

L'échelle de réduction est $\frac{1}{25}$.

❷ Une personne mesure 175 cm. Une statue de cette personne mesure 14 m.

C'est un agrandissement. On cherche l'échelle qui est un coefficient plus grand que 1.

$$\underbrace{\text{longueur réelle} \xrightarrow{\times \text{échelle}} \text{agrandissement}}_{\text{dans la même unité choisie : cm pour cette fois}}$$

175 cm $14 \text{ m} = 1400 \text{ cm}$

On divise la grande longueur par la petite : $1400 \div 175 = 8$.

Donc la longueur est multipliée par 8 et on peut vérifier que : $175 \times 8 = 1400$.

L'échelle d'agrandissement est 8.

Mes questions pour la séance de questions/réponses préparatoire au test de leçon

.....

.....