PYTHAGORE – RACINE CARREE

4ème

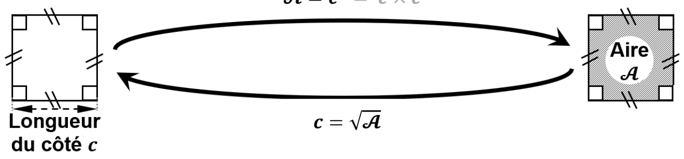
Leçon *Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.*

A Racine carrée

Définition : Soit $\mathcal{A}$ un nombre positif donné.
La racine carrée de $\mathcal{A}$ est le nombre positif dont le carré est $\mathcal{A}$. On la note : $\sqrt{\mathcal{A}}$.

La longueur de côté c d'un carré et son aire $\mathcal{A}$ sont deux nombres positifs

$$\mathcal{A} = c^2 = c \times c$$



$$c = \sqrt{\mathcal{A}}$$

Carrés parfaits

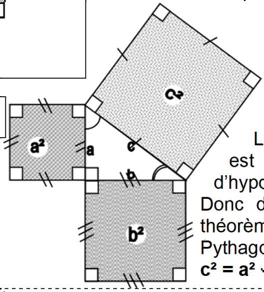
$1^2 = 1 \leftrightarrows \sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4 \leftrightarrows \sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9 \leftrightarrows \sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16 \leftrightarrows \sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25 \leftrightarrows \sqrt{25} = 5$
$6^2 = 36 \leftrightarrows \sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49 \leftrightarrows \sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64 \leftrightarrows \sqrt{64} = 8$
$9 = 81 \leftrightarrows \sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100 \leftrightarrows \sqrt{100} = 10$
$11^2 = 121 \leftrightarrows \sqrt{121} = 11$
$12^2 = 144 \leftrightarrows \sqrt{144} = 12$

Il en découle immédiatement de la définition les deux propriétés suivantes :

Propriété : Pour tout nombre a positif, on a : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

B Théorème de Pythagore

Théorème : (Pythagore) si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs de ses deux autres côtés.



Le triangle est rectangle d'hypoténuse c. Donc d'après le théorème de Pythagore :
c² = a² + b²

Exemple n°1 : **Calcul de l'hypoténuse.**	Exemple n°2 : **Calcul d'un côté de l'angle droit**	Exemple n°3 : **Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle**
ABC est un triangle rectangle en A tel que : $\mathrm{AB} = 6$ cm et $\mathrm{AC} = 4$ cm. Calculer BC. (On arrondira à 1 mm près.)	DEF est un triangle rectangle en D tel que : $\mathrm{DE} = 5$ cm et $\mathrm{EF} = 7$ cm. Calculer DF. (On arrondira à 1 mm près.)	GHI est un triangle tel que : $\mathrm{GH} = 10$ cm ; $\mathrm{GI} = 12$ cm et $\mathrm{IH} = 7$ cm. Démontrer que le triangle GHI n'est pas rectangle en I.
ABC est un triangle rectangle en A. Donc d'après le théorème de Pythagore : $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{BA}^2 + \mathrm{AC}^2$ $\mathrm{BC}^2 = 6^2 + 4^2$ $\mathrm{BC}^2 = 36 + 16$ $\mathrm{BC}^2 = 52$ $\mathrm{BC} = \sqrt{52}$ cm $\mathrm{BC} \approx 7{,}2$ cm	DEF est un triangle rectangle en D. Donc d'après le théorème de Pythagore : $\mathrm{EF}^2 = \mathrm{ED}^2 + \mathrm{DF}^2$ $7^2 = 5^2 + \mathrm{DF}^2$ $\mathrm{DF}^2 = 7^2 - 5^2$ $\mathrm{DF}^2 = 49 - 25$ $\mathrm{DF}^2 = 24$ $\mathrm{DF} = \sqrt{24}$ cm $\mathrm{DF} \approx 4{,}9$ cm	On fait deux calculs séparés : • $\mathrm{GH}^2 = 12^2 = 144$ • $\mathrm{GI}^2 + \mathrm{IH}^2 = 10^2 + 7^2 = 149$ Si le triangle GHI était rectangle en I, alors d'après le théorème de Pythagore, GH^2 serait égal à $\mathrm{GI}^2 + \mathrm{IH}^2$. Mais : $\mathrm{GH}^2 \neq \mathrm{GI}^2 + \mathrm{IH}^2$ Donc le triangle GHI n'est pas rectangle en I.

C Théorème réciproque de Pythagore

Théorème : (Réciproque de Pythagore) si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

(On déduit alors qu'il est rectangle au sommet opposé au plus long côté.)

Exemple n°4 : Prouver qu'un triangle est rectangle.
JKL est un triangle tel que : $\mathrm{JL} = 12$ cm ; $\mathrm{JK} = 13$ cm et $\mathrm{LK} = 5$ cm.
Démontrer que le triangle est rectangle en L.

On fait deux calculs séparés :
• $\mathrm{JK}^2 = 13^2 = 169$
• $\mathrm{JL}^2 + \mathrm{LK}^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$
Donc : $\mathrm{JK}^2 = \mathrm{JL}^2 + \mathrm{LK}^2$
Donc d'après le théorème réciproque de Pythagore, JKL est un triangle rectangle en L.

Playlist sur Youtube

https://www.youtube.com/playlist?list=PLfhXOdwDw5oQ8wmNbUQwnP_uJFGNJOyql