

Leçon

Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.

A Notion de fonction

Définition : Une fonction est un outil mathématique qui transforme un nombre appelé « antécédent » en un autre nombre appelé « image », à l'aide d'un même programme de calcul.
Le programme de calcul s'exprime par une expression littérale, aussi appelée expression algébrique.

Modèle de raisonnement :

Antécédent Image

$$x \mapsto f(x)$$

Lecture : « x donne f de x. »

Exemple :

Etudions la fonction f transforme un nombre x en lui appliquant le programme de calcul suivant :

- Un nombre x est considéré.
- Prendre le carré du nombre x.
- Multiplier le résultat précédent par 2.
- Ajouter 1 au résultat précédent.

En suivant le programme de calcul, on construit l'expression littérale :

- x
- x²
- 2x²
- 2x² + 1

L'expression obtenue est : 2x² + 1

On note : x ↦ f(x) = 2x² + 1.

Dans le programme de calcul ou l'expression littérale, on peut remplacer x par n'importe quel nombre. Par exemple si on remplace x par 2, on obtient 9. On note : 2 ↦ f(2) = 9.

Par f, l'image de 2 est 9. Par f, l'antécédent de 9 est 2.

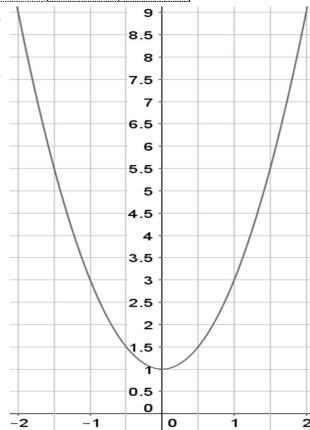
Définition : La donnée de nombres et de leurs images par une fonction, dans un tableau s'appelle **tableau de valeurs**.

Exemple :	x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	← Antécédents.
x ↦ f(x) = 2x ² + 1	f(x)	9	5,5	3	1,5	1	1,5	3	5,5	9	← Images.

Définition : Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction est l'ensemble des points de coordonnées (x ; f(x)).

Exemple : Dans un repère :

- On place les points de coordonnées (-2 ; 9) ; (-1,5 ; 5,5) ; (-1 ; 3) ...
- Puis on trace à main levées la courbe la plus lisse possible passant par les points placés.



B Distributivité – Double distributivité

Soient a, b, c, d et k des nombres relatifs.

Formule de distributivité

$$k(a + b) = ka + kb$$

Formule de double distributivité

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Mes questions pour la séance de questions/réponses préparatoire au test de leçon

Exemples : Pour le calcul mental.

$$\begin{aligned} A &= 5 \times 103 \\ A &= 5 \times (100 + 3) \\ A &= 5 \times 100 + 5 \times 3 \\ A &= 500 + 15 \\ A &= 515 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 14 \times 15 \\ B &= (10 + 4)(10 + 5) \\ B &= 10 \times 10 + 10 \times 5 + 4 \times 10 + 4 \times 5 \\ B &= 100 + 50 + 40 + 20 \\ B &= 210 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 94 \times 98 \\ C &= (100 - 6)(100 - 2) \\ C &= 100 \times 100 + 100 \times (-2) + (-6) \times 100 + (-6) \times (-2) \\ C &= 10\,000 - 200 - 600 + 12 \\ C &= 9\,212 \end{aligned}$$

Exemples : Pour le calcul littéral.

$$\begin{aligned} D &= 3(4x + 5) \\ D &= 3 \times 4x + 3 \times 5 \\ D &= 12x + 15 \\ E &= (3x + 2)(5 + 6x) \\ E &= 3x \times 5 + 3x \times 6x + 2 \times 5 + 2 \times 6x \\ E &= 15x + 18x^2 + 10 + 12x \\ E &= 18x^2 + 15x + 12x + 10 \\ E &= 18x^2 + 27x + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (2x - 4)(-3x + 1) \\ F &= 2x \times (-3x) + 2x \times 1 + (-4) \times (-3x) + (-4) \times 1 \\ F &= -6x^2 + 2x + 12x - 4 \\ F &= -6x^2 + 14x - 4 \end{aligned}$$

E Mise en équation d'un problème

Définition :

Une **équation** est une égalité de deux expressions comportant des lettres appelées **inconnues**.

Résoudre une équation, c'est trouver pour les inconnues tous les nombres qui vérifient l'égalité.

Les nombres ainsi trouvés sont appelés les **solutions**.



Règle : (Principe de résolution des équations)

Si on effectue la même opération sur chaque membre d'une équation (sauf multiplier par zéro), alors on obtient une équation ayant les mêmes solutions.

Méthode : pour résoudre une équation à une inconnue admettant une seule solution.

- A faire
- 1) Développer et réduire les deux membres.
 - 2) Eliminer le terme sans x du membre de gauche en ajoutant son opposé aux deux membres.
 - 3) Réduire le membre de droite.
 - 4) Eliminer le terme avec x du membre de droite en ajoutant son opposé aux deux membres.
 - 5) Réduire le membre de gauche.
 - 5) Eliminer le facteur qui est multiplié à x en divisant les deux membres par ce nombre.
 - 6) Calculer la solution.

(Remarque : dans le cas d'égalité de fractions, la méthode du produit en croix est plus judicieuse.)

Exemple

$$\begin{aligned} 3(x - 5) &= 4 - 5x + 5 \\ 3x - 15 &= 9 - 5x \\ +15 \quad +15 & \\ 3x &= 24 - 5x \\ +5x \quad +5x & \\ 3x + 5x &= 24 \\ 8x &= 24 \\ \div 8 \quad \div 8 & \\ x &= \frac{24}{8} = 3 \end{aligned}$$

Méthode : pour résoudre un problème à l'aide d'une équation.

- 1) Choisir une lettre qui sera associée pour le problème au nombre inconnu à chercher. (On appellera cette lettre l'inconnue)
- 2) En utilisant les renseignements donnés, exprimer de deux façons différentes une quantité du problème en fonction de l'inconnue.
- 3) Ecrire l'égalité des deux expressions trouvées. (On obtient ainsi une équation avec l'inconnue choisie.)
- 4) Résoudre l'équation trouvée.
- 5) Rédiger une phrase de réponse adaptée au problème.