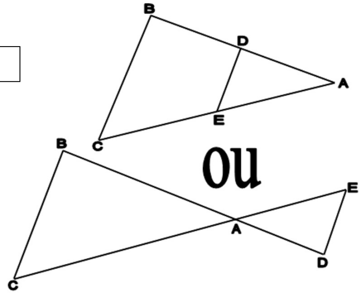
PROPORTIONNALITE EN GEOMETRIE **$3^{ème}$**

Leçon ***Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.***

A Le théorème de Thalès



Théorème de Thalès :

Si : • (BD) et (CE) sont deux droites sécantes en A ;

• (DE)//(BD) ;

• Les points A, B, C, D et E sont distincts,

alors : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

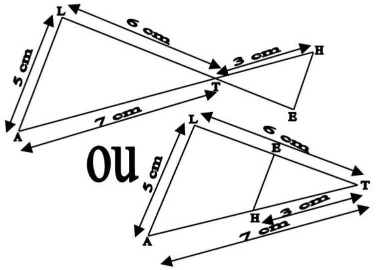
A quoi sert-il ? Sous certaines conditions à préciser, le théorème de Thalès permet de prouver la proportionnalité entre les longueurs de deux triangles.

Coefficient de proportionnalité des longueurs entre les triangles ABC et ADE :

- Coefficient de réduction : $k = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.
- Coefficient d'agrandissement : $k' = \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$.

Exemple : calculer des longueurs dans une configuration de Thalès.

Enoncé



(LA)//(HE) Calculer TE et HE.
(On arrondira à 1 mm près.)

Réponse Je sais que :

•Les droites (LE) et (AH) sont sécantes en T.

•(LA) // (HE).

Donc d'après le théorème de Thalès :

$\frac{TH}{TA} = \frac{TE}{TL} = \frac{HE}{AL}$

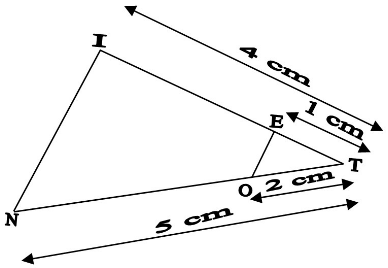
$\frac{3}{7} = \frac{TE}{6} = \frac{HE}{5}$

$TE = \frac{3 \times 6}{7} = \frac{18}{7} \approx 2{,}6 \text{ cm}$

$HE = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7} \approx 2{,}1 \text{ cm}$

Exemple : démontrer que deux droites ne sont pas parallèles dans une configuration de Thalès.

Enoncé



Démontrer que les droites (NI) et (OE) ne sont pas parallèles.

Réponse Je fais deux calculs séparés :

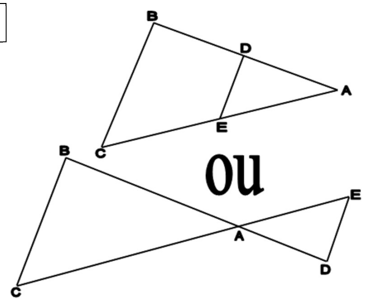
$$\left.\begin{array}{l} \frac{TE}{TI} = \frac{1}{4} \\ \frac{TO}{TN} = \frac{2}{5} \end{array}\right\} \text{Donc: } \frac{TE}{TI} \neq \frac{TO}{TN}$$

Si les droites (NI) et (OE) étaient parallèles, **alors** d'après le théorème de Thalès, les rapports $\frac{TO}{TN}$ et $\frac{TE}{TI}$ seraient égaux.

Mais : $\frac{TE}{TI} \neq \frac{TO}{TN}$.

Donc les droites (NI) et (OE) ne sont pas parallèles.

B Le théorème de Thalès réciproque



Théorème de Thalès réciproque

Si •(BD) et (CE) sont deux droites sécantes en A ;

• $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$;

•Les points A, B, D et les points A, C, E sont deux séries de points alignés dans le même ordre ;

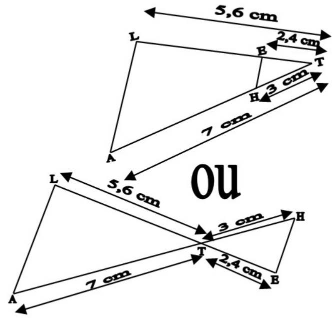
•Les points A, B, C, D et E sont distincts,

alors les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

A quoi sert-il ? Sous certaines conditions à préciser, le théorème de Thalès réciproque permet de prouver que deux droites sont parallèles.

Exemple : démontrer que deux droites sont parallèles dans une configuration de Thalès.

Enoncé



Démontrer que : (LA) // (EH).

Réponse Je sais que :

• Les droites (LE) et (AH) sont sécantes en T.

• Je fais deux calculs séparés :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{TH}{TA} = \frac{3}{7} \\ \frac{TE}{TL} = \frac{2{,}4}{5{,}6} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7} \end{array}\right\} \text{Donc: } \frac{TH}{TA} = \frac{TE}{TL}$$

• Les points L, T, E et les points A, T, H sont deux séries de points alignés dans le même ordre.

Donc d'après le théorème de Thalès réciproque, les droites (LA) et (EH) sont parallèles.

C Agrandissement et réduction des aires et volumes

Propriété : si dans l'agrandissement ou la réduction d'une figure géométrique, les dimensions sont multipliées par un nombre positif k, alors :

- les aires sont multipliées par k^2 ;
- le volume est multiplié par k^3.

D Triangles semblables

Définition : Si les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles, alors deux triangles sont semblables.
Et réciproquement.

Propriété : (Caractérisation par les angles) S'ils partagent deux mesures d'angles, alors deux triangles sont semblables.
Et réciproquement.

Propriété : (Caractérisation par les transformations) S'il est possible de passer de l'un à l'autre par un enchaînement de transformations*, alors deux triangles sont semblables.

(*Symétries axiales, symétries centrales, translations, rotations, homothéties)

Mes questions
pour la séance de questions/réponses préparatoire au test de leçon

....

....