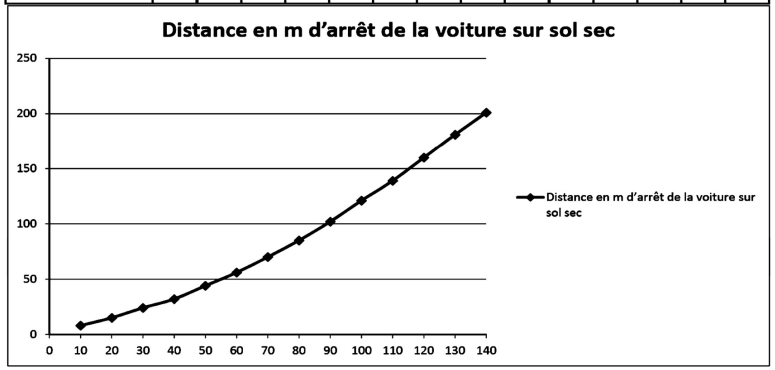
PROPORTIONNALITÉ 3ème

Leçon ***Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.***

A Graphique cartésien

Définitions : Un graphique cartésien **représente par une courbe l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre**. Chaque couple de valeurs est représenté par un point placé par rapport à deux droites graduées. Les points reliés forment la courbe.

Vitesse en km/h	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
Distance en m d'arrêt de la voiture sur sol sec	8	15	24	32	44	56	70	85	102	121	139	160	181	201



Par exemple on peut voir que pour s'arrêter en moins de 50 m, il faut rouler à moins de 55km/h.

B Proportionnalité

Définitions : Deux grandeurs numériques sont en situation de proportionnalité **si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant celles de l'autre par un même nombre.** Le multiplicateur commun est appelé coefficient de proportionnalité.

Propriété : Le graphique cartésien d'un tableau de proportionnalité est caractérisé par **l'alignement des points avec l'origine du repère.**

Méthode : coefficient de proportionnalité
1875 chaussures sont fabriquées par une usine en 75 h.
Coefficient de proportionnalité : 75 ÷ 1875 = 0,04.
100 chaussures seront fabriquées en : 100 × 0,04 = 4 h.

Chaussures	1875	100
Temps (h)	75	

$\times$ 0,04

Méthode : Quatrième proportionnelle (Produit en croix)
1875 chaussures sont fabriquées par une usine en 75 h.
$\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{75 \times 100}}{\mathbf{1875}} = \mathbf{4}$ h

Chaussures	1875	100
Temps (h)	75	$\boldsymbol{x}$?

Méthode : utiliser un coefficient de proportionnalité sous forme de fraction
3 m de fil électrique vendus au détail coûtent 7,50€.
$\mathbf{3} \times \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{3}} = \mathbf{20}$ m. On en déduit que 20 m de fil électrique coûtent : $\mathbf{7,50} \times \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{3}} = \mathbf{50}$ **€**.

C Pourcentages

Définition : Un pourcentage est **une fraction de dénominateur 100**. On l'utilise dans une situation de proportionnalité en faisant correspondre 100 au total considéré.

Exemple d'utilisation d'un pourcentage :
15% de 450g de Farine : 450 × 15% = 450 × 15 ÷ 100 = 450 × 0,15 = 67,5g de farine.

Exemple de calcul d'un pourcentage :
Pourcentage représenté par 12 filles dans une classe de 30 élèves :
- Fraction représentée par les filles : $\frac{12}{30}$ (Penser « 12 filles sur 30 élèves ».)
- $\frac{12}{30} = 0{,}40$ (Penser à diviser 12 par 30.) (Penser alors que « $0{,}40 = \frac{40}{100}$ ».)

Conclusion : Les filles représentent 40 % de l'effectif de la classe.

Propriété : Coefficient multiplicateur pour une augmentation de x% : $\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{100}}$.

Exemple d'augmentation : $1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$ ou $100\% + 5\% = 105\% = \frac{105}{100} = 1{,}05$
Un article de 120 € augmenté de 5% coûtera : $120 \times 1{,}05 = 126$ €

Propriété : Coefficient multiplicateur pour une diminution de x% : $\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{100}}$.

Exemple de diminution : $1 - \frac{20}{100} = 0{,}8$ ou $100\% - 20\% = 80\% = \frac{80}{100} = 0{,}80$
Un article de 140 € diminué de 20% coûtera : $140 \times 0{,}80 = 112$ €

D Grandeurs produits

Définition : Une grandeur produit s'obtient **en multipliant deux quantités.**

Exemple de grandeur quotient : Energie consommée
L'Energie $\mathcal{E}$ d'un appareil électrique de puissance $\mathcal{P}$ pendant une durée t est le produit de la puissance par le temps t (avec les unités compatibles).

$$\mathcal{E} = \mathcal{P} \times t$$

Exemple de conversion : 7 kWh à convertir en Ws
- 7 kWh correspond au produit d'une puissance de 7kW par un temps d'1 h.

On convertit la puissance : 7 kW = 7 000 W.
On convertit le temps : 1 h = 3 600 s.
- On calcule le produit : $\mathcal{E} = P \times t = 7\,000 \times 3\,600 = 25\,200\,000$ Ws.

E Grandeurs quotients

Définition : Une grandeur quotient s'obtient **en divisant deux quantités.**

Exemple de grandeur quotient : Vitesse
La vitesse moyenne v d'un objet qui se déplace d'une distance d pendant une durée t est le quotient de la distance d par le temps t (avec les unités compatibles).

$$v = \frac{d}{t}$$

Exemple de conversion : 54 km/h à convertir en m/s
- 54 km/h correspond au quotient d'une distance de 54 km par un temps d'1 h.
- On convertit la distance : 54 km = 54 000 m.
- On convertit le temps : 1 h = 3 600 s.
- On calcule le quotient : $V = \frac{d}{t} = \frac{54\,000}{3\,600} = 15$ m/s.

F Ratio

<u>Définitions :</u>

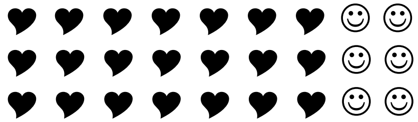
❶ <u>Ratio avec deux nombres</u>, noté $a : b$

On considère deux nombres entiers non nuls qu'on nomme a et b.

Si on partage une quantité en deux parts selon le ratio $a : b$, **alors les parts sont en situation de proportionnalité avec a et b ; et réciproquement.**

$$\frac{part\ 1}{a} = \frac{part\ 2}{b} = \frac{quantité}{a+b}$$

<u>Exemple :</u> les 27 motifs ci-dessous sont dans le ratio 7 : 2 .



$$\frac{21}{7} = \frac{6}{2} = \frac{27}{9}$$

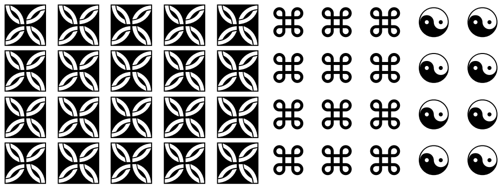
❷ <u>Ratio avec trois nombres</u>, noté $a : b : c$

On considère trois nombres entiers non nuls qu'on nomme a, b et c.

Si on partage une quantité en trois parts selon le ratio a : b : c, alors les parts sont en situation de proportionnalité avec $a : b : c$; et réciproquement.

$$\frac{part\ 1}{a} = \frac{part\ 2}{b} = \frac{part\ 3}{c} = \frac{quantité}{a+b+c}$$

<u>Exemple :</u> les 40 motifs ci-dessous sont dans le ratio 5 : 3 : 2 .



$$\frac{20}{5} = \frac{12}{3} = \frac{8}{2} = \frac{40}{10}$$

<u>Méthode :</u> Partager suivant un ratio en utilisant des fractions

Trois personnes se partagent 130 € dans le ratio 5 : 3 : 2. Combien chacune a-t-elle ?

- <u>Total du ratio :</u> $5 + 3 + 2 = 10$.
- <u>Personne 1 :</u> $130 \times \frac{5}{10} = 65$ €
- <u>Personne 2 :</u> $130 \times \frac{3}{10} = 39$ €
- <u>Personne 3 :</u> $130 \times \frac{2}{10} = 26$ €
- La première personne a 65 €, la deuxième 39 € et le troisième 26 €.
  On peut vérifier que : $65 + 39 + 26 = 130$ €.

G Echelle

<u>Définition :</u> On appelle <u>échelle</u> **le coefficient de proportionnalité qui permet d'agrandir ou réduire les dimensions d'un objet géométrique**.
Si l'échelle est un coefficient plus grand que 1, c'est un agrandissement.
Si l'échelle est un coefficient plus petit que 1, c'est une réduction.

$$\underbrace{\begin{matrix} longueur \\ réelle \end{matrix} \xrightarrow{\times échelle} \begin{matrix} agrandissement \\ ou \\ réduction \end{matrix}}_{dans\ la\ même\ unité\ à\ choisir}$$

Mes questions pour la séance de questions/réponses préparatoire au test de leçon

....

....

Playlist sur Youtube

www.youtube.com/playlist?list=PLfhXOdwDw5oRq-1Yc4SmpvtrHEmestkWX