Leçon

Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.

A Division euclidienne

Une division euclidienne est exclusivement effectuée avec des nombres entiers.

Quand on veut savoir combien de fois il y a 18 dans 2551, on divise 2551 par 18.
Dans le dividende, il y a 141 fois 18 et il reste 13.
On peut écrire : $2551 = (141 \times 18) + 13$ avec $13 < 18$.
Cette égalité est appelée <u>égalité de division euclidienne</u>.

```
 2 5 5 1 | 1 8
-1 8     |------
   7 5   | 1 4 1
  -7 2
     3 1
    -1 8
     1 3
```

B Divisibilité

On dit que <u>la division tombe juste</u> quand son reste est zéro. On a un <u>quotient exact</u>.

```
 1 2 | 4
-1 2 | 3
   0
```

12 est un <u>multiple de</u> 4. ($12 = 3 \times 4$)
4 est un <u>diviseur de</u> 12.
12 est <u>divisible par</u> 4. ($12 \div 4 = 3$)

- Un nombre entier est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
- Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5 ;
- Un nombre entier est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Recherche des diviseurs du nombre 78
1 et 78
2 et 39
3 et 26
6 et 13

- Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ;
- Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9 ;

C Nombres premiers

Un <u>nombre premier</u> est un nombre entier supérieur à 1 qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97

- Un nombre premier ne peut pas être décomposé en produit de nombres entiers tous différents de 1.
- Un nombre qui n'est pas premier peut être décomposé de manière unique en produit de nombres premiers.

Une fraction est irréductible si le numérateur et le dénominateur n'ont que 1 comme diviseur commun et pas d'autre.

Décomposition de 630 en produit de facteurs premiers

Nombre	Diviseur
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$

Réduction de fraction

$$\frac{756}{441} = \frac{2^2 \times 3^3 \times 7}{3^2 \times 7^2} = \frac{2^2 \times \cancel{3 \times 3} \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{3 \times 3} \times 7 \times \cancel{7}} = \frac{2^2 \times 3}{7} = \frac{12}{7}$$

Exercices

Exercice 1 : Calculatrice interdite.
Dans chaque cas, poser et effectuer la division euclidienne.
a. 827 ⊦ 5   b. 334 ⊦ 7   c. 5 000 ⊦ 11

Exercice 2 : Calculatrice obligatoire.
Dans chaque cas, écrire l'égalité de division euclidienne après avoir trouvé le quotient et le reste de la division euclidienne à l'aide de la calculatrice.
a. 378 827 ⊦ 2 345   b. 5 334 000 ⊦ 124 743

Diviseurs

Exercice 3 : Justifier chaque réponse sans effectuer la division.
a. 612 est-il divisible par 3 ?
b. 918 est-il divisible par 9 ?
c. 127 est-il divisible par 2 ?
d. 550 est-il divisible par 5 ?
e. 1469 est-il divisible par 3 ?

Exercice 4 :
Comment peut-on savoir, sans effectuer de division, que 36 054 est divisible par 18 ?

Exercice 5 :
Déterminer tous les diviseurs des nombres suivants.
a. 128   b. 56   c. 78

Exercice 6 :
1. Déterminer la liste des diviseurs de 34.
2. Déterminer la liste des diviseurs de 85.
3. Quel est le plus grand diviseur commun de 34 et 85 ?

Exercice 7 :
Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3 003 dragées au chocolat et 3 731 dragées aux amandes.

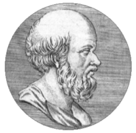
1. Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles. Chaque corbeille doit avoir la même composition.
Combien leur reste-t-il de dragées non utilisées ?
2. Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins* dont la composition est identique. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.
   a. Emma propose d'en faire 90. Ceci convient-il ? Justifier.
   b. Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins.
   Combien en feront-ils et quelle sera leur composition ?

* Un ballotin est un emballage pour confiseries, une boite par exemple.

D'après DNB Pondichéry, 2014.

Nombres premiers

Exercice 8 :



Eratosthène, mathématicien, philosophe et astronome du IIIème siècle avant J.-C., a inventé une méthode appelée « Crible » pour trouver rapidement tous les « nombres premiers », c'est-à-dire les nombres entiers qu'on ne peut pas décomposer.

Principe : « ***Quand un nombre premier est trouvé, tous ses multiples ne seront pas des nombres premiers.*** »

200	201	202	203	204	205	206	207	208	209
210	211	212	213	214	215	216	217	218	219
220	221	222	223	224	225	226	227	228	229
230	231	232	233	234	235	236	237	238	239
240	241	242	243	244	245	246	247	248	249
250	251	252	253	254	255	256	257	258	259
260	261	262	263	264	265	266	267	268	269
270	271	272	273	274	275	276	277	278	279
280	281	282	283	284	285	286	287	288	289
290	291	292	293	294	295	296	297	298	299
300									

Trouver tous les nombres premiers compris entre 200 et 300.

Exercice 9 :
Décomposer, en justifiant, les nombres entiers suivants en produits de facteurs premiers.
a. 6615   b. 7986   c. 3192

Exercice 10 :
1. Décomposer 135 et 225 en produits de facteurs premiers, puis utiliser cette décomposition pour simplifier la fraction $\frac{225}{135}$.
2. Utiliser la même méthode pour simplifier les fractions suivantes.
a. $\frac{105}{126}$ b. $\frac{-294}{210}$ c. $\frac{432}{288}$ d. $\frac{756}{441}$

Exercice 11 :
1. Décomposer 84 et 270 en produits de nombres premiers.
2. À l'aide de ces décompositions, trouver :
   a. le plus petit multiple commun non nul (PPCM) de 84 et 270 ;
   b. le plus grand diviseur commun (PGCD) de 84 et 270.

Exercice 12 :
Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153 secondes. L'autre s'allume toutes les 187 secondes. À 13 heures, elles s'allument en même temps. Déterminer l'heure à laquelle elles s'allumeront la prochaine fois ensemble.